Reconstruction du champ de vagues à partir de la mesure de la pression près du fond



Philippe Bonneton (EPOC) et David Lannes (IMB)





Cadre général :

Les vagues jouent un rôle moteur dans la dynamique littorale

 \rightarrow caractérisation par mesure in situ



Introduction

o circulation induite par les vagues



o transport sédimentaire et érosion



- o impact sur les ouvrages côtiers
- o franchissement et submersion



- sécurité de la navigation et des baignades
- o opérations militaires

⇒ mesures précises des vagues

Depuis la seconde guerre mondiale (Sverdrup and Munk, 1947, Scripps) développement de nombreuses méthodes pour la mesure in situ

de la surface libre des vagues ζ



Méthodes de mesure

Houlographe – bouée côtière

ex.: bouées du Cap Ferret (EPOC) et d'Anglet (SIAME) - réseau CANDHIS



Bouée Datawell

- □ avantages : assez robuste (tempêtes), transmission temps réel
- □ inconvénients : coûts (achat, déploiement, entretient), écrête les vagues

Introduction

Méthodes de mesure

Méthodes récentes



 avantages : précision de la mesure
 inconvénients : cher, fragile, déploiement difficile, faible autonomie

outils pour la recherche : difficile à utiliser pour des mesures à long terme

Capteur de pression



Ocean Sensor Systems (capteur autonome)



Deep Ocean Assessment of *Tsunami* (*DART*) (transmission des données)

Capteur de pression



Ocean Sensor Systems (capteur autonome)



Hurricane Gustav, Kennedy et al. 2010

avantages : bon marché, robuste (tempête, chalutage, ...)
 déploiement facile, grande autonomie

 \Box inconvénients : mesure indirecte de ζ

\rightarrow reconstruction de la surface libre ζ à partir de la pression P_b



Ondes longues (tsunamis, marées, ...) \rightarrow hypothèse hydrostatique

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho_0 g \quad \Rightarrow \quad h_H(x_0, t) = \frac{P_b - P_a}{\rho_0 g} \quad \Rightarrow \quad \zeta_H = \frac{P_b - P_a}{\rho_0 g} - h_0$$

Houle et mer du vent



ightarrow reconstruction non-hydrostatique de ζ

reconstruction non-hydrostatique pour les vagues (houle et mer du vent)

Approche utilisée en océanographie côtière :

→ théorie linéaire non-hydrostatique

Folsom (1947), Seiwell (1947), Hom-ma et al. (1966), Cavaleri et al. (1978), <u>Guza et Thornton</u> (1980), ... Karimpour et Chen (2017)

reproduit correctement les caractéristiques moyennes des vagues mais <u>décrit mal la forme</u> <u>et l'élévation max</u> des vagues non-linéaires



→ jusqu'à 30% d'erreur sur la hauteur des vagues Martins et al. 2017 et Bonneton et al. 2018

reconstruction non-hydrostatique pour les vagues (houle et mer du vent)

Approche utilisée en océanographie côtière :

 \rightarrow théorie linéaire non-hydrostatique

Folsom (1947), Seiwell (1947), Hom-ma et al. (1966), Cavaleri et al. (1978), <u>Guza et Thornton</u> (1980), ... Karimpour et Chen (2017) toujours utilisée pour l'opérationnel et <u>la recherche</u>

reproduit correctement les caractéristiques moyennes des vagues mais <u>décrit mal la forme</u> <u>et l'élévation max</u> des vagues non-linéaires



 \rightarrow reconstruction non-hydrostatique <u>non-linéaire</u> de ζ

reconstruction non-hydrostatique <u>non-linéaire</u> de ζ

Plusieurs approches théoriques récentes

vagues unidirectionnelles de forme permanente : soliton ou houle périodique

Deconink et al. (2012), Oliveras et al. (2012), Constantin (2012), Clamond (2013)

⇒ études à caractère fondamental pas applicables aux vagues réelles en milieu naturel



reconstruction non-hydrostatique <u>non-linéaire</u> de ζ

Développement d'un approche non-linéaire applicable aux vagues irrégulières observées en milieu océanique





$$\varepsilon = \frac{a_0}{h_0} \qquad \qquad \mu = \left(\frac{h_0}{L_0}\right)^2$$

$$\sigma = \frac{a_0}{L_0} = \varepsilon \sqrt{\mu}$$



$$\varepsilon = \frac{a_0}{h_0} \le 1$$
 $\mu = \left(\frac{h_0}{L_0}\right)^2$ $\frac{\zeta_H}{a_0} \sim \frac{1}{\cosh(\sqrt{\mu}k)}$



$$\varepsilon = \frac{a_0}{h_0} \leq 1 \qquad \qquad \mu = \left(\frac{h_0}{L_0}\right)^2 \leq 1$$
$$\sigma = \frac{a_0}{L_0} = \varepsilon \sqrt{\mu} \ll 1$$

développements asymptotiques \rightarrow $\zeta(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ fonction de $\zeta_H = \frac{P_b(\mathbf{x}, \mathbf{t}) - P_a}{\rho_0 g} - h_0$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \qquad z \in [-h_0, \zeta(x, t)]$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} - g$$

$$P = P_a \qquad z = \zeta(x, t)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} = w \qquad z = \zeta(x, t)$$

$$w = 0 \qquad z = -h_0$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \qquad z \in [-h_0, \zeta(x, t)]$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + g\zeta = 0 \qquad z = \zeta(x, t)$$
$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \qquad z = \zeta(x, t)$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \qquad z = -h_0$$

$$P(x, z, t) = P_a - \rho_0 g z - \rho_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) \right)$$
$$\zeta_H = \frac{P_b - P_a}{\rho_0 g} - h_0 = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 \right) |_{z=-h_0}$$

Adimensionnement des équations

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{L}, \quad z' = \frac{z}{h_0}, \quad t' = \frac{\sqrt{gh_0}}{L}t, \quad \zeta' = \frac{\zeta}{a} \\ \Phi' &= \frac{h_0}{aL\sqrt{gh_0}}\Phi, \quad P' = \frac{P}{\rho gh_0}, \end{aligned}$$

$$\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \qquad z \in [-1, \epsilon\zeta]$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\epsilon \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\epsilon}{\mu} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) + \zeta = 0 \qquad z = \epsilon\zeta$$
$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \qquad z = \epsilon\zeta$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \qquad z = -1$$

$$\zeta_{H} = -\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\varepsilon\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^{2}\right)|_{z=-1}$$

développements asymptotiques
$$\rightarrow$$

 $\zeta(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ fonction de $\zeta_H = \frac{P_b(\mathbf{x}, \mathbf{t}) - P_a}{\rho_0 g} - h_0$

Reconstruction entièrement dispersive

Bonneton, P., and Lannes, D. 2017. Recovering water wave elevation from pressure measurements. *J. of Fluid Mech.*, **833**, 399-429.

Reconstruction entièrement dispersive



$$\sigma = \frac{a_0}{L_0} \ll 1$$

$$\phi = \phi_0 + \sigma \phi_1 + O(\sigma^2)$$

$$\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \qquad z \in [-1, 0]$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \zeta = 0 \qquad z = 0$$
$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \qquad z = 0$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \qquad z = -1$$

$$\zeta_H = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)|_{z=-1}$$

$$\Phi(x,z,t) = \int_{\mathbb{R}} \widehat{\Phi}(k,z,t) e^{ikx} dk$$

 $\widehat{\zeta}(k,t) = \cosh(\sqrt{\mu}|k|)\widehat{\zeta}_{H}$

nécessite de connaître $\zeta_H(\mathbf{x}, \mathbf{t})$

vagues de forme permanente



vagues de forme permanente





$$\phi = \phi_0 + \sigma \phi_1 + O(\sigma^2)$$

voir Lannes (Livre, 2013)

$$\zeta = \zeta_L - \sqrt{\mu}\sigma \,\partial_t (\zeta_L \partial_t \zeta_L) + O(\sigma^2)$$

$$\hat{\zeta}_L(k) = \cosh(\sqrt{\mu}|k|)\hat{\zeta}_H(k)$$

$$\phi = \phi_0 + \sigma \phi_1 + O(\sigma^2)$$

voir Lannes (Livre, 2013) et Bonneton et Lannes (JFM, 2017)

$$\zeta_{NL} = \zeta_L - \sqrt{\mu}\sigma \,\partial_t (\zeta_L \partial_t \zeta_L)$$

$$\widehat{\zeta}_L(k) = \cosh\left(\sqrt{\mu}|k|\right)\widehat{\zeta}_H(k)$$

$$\zeta_{NL} = \zeta_L - \sqrt{\mu}\sigma \left(\zeta_L \partial_t^2 \zeta_L + (\partial_t \zeta_L)^2\right)$$

$$\zeta_{NL} = \zeta_L - \sqrt{\mu}\sigma \left(\zeta_L \partial_t^2 \zeta_L + (\partial_t \zeta_L)^2\right)$$



$$\zeta_{NL} = \zeta_L - \sqrt{\mu}\sigma \,\partial_t (\zeta_L \partial_t \zeta_L)$$

$$\hat{\zeta}_L(k) = \cosh(\sqrt{\mu}|k|) \,\hat{\zeta}_H(k)$$

$$\xrightarrow{\text{nécessite de connaître}}$$

$$\zeta_H(x,t) = \frac{P_b(x,t) - Pa - 1}{\epsilon}$$

en pratique on connait seulement $P_b(x_0, t)$

 \rightarrow comment reconstruire $\zeta(x_0, t)$ à partir d'une mesure localisée en x_0 ?

Vagues linéaires

$$\widehat{\zeta} = \mathsf{cosh}(\sqrt{\mu}|k|)\widehat{\zeta}_{\mathcal{H}}$$

$$rac{\partial^2 \widehat{\zeta}}{\partial t^2} + \omega^2 \widehat{\zeta} = 0$$
 $\omega^2 = rac{1}{\sqrt{\mu}} |k| anh(\sqrt{\mu} |k|)$

$$ilde{\zeta}(\omega,x) = \cosh(\sqrt{\mu}|k(\omega)|) ilde{\zeta}_{H}(\omega,x)$$

reconstructions linéaires : spatiale et temporelle



reconstructions linéaires : spatiale et temporelle



reconstructions linéaires : spatiale et temporelle







 $\tilde{\zeta}_L(\omega) = \cosh(h_0|k(\omega)|)\tilde{\zeta}_H(\omega)$



$$\tilde{\zeta}_L(\omega) = \cosh(h_0|k(\omega)|) \tilde{\zeta}_H(\omega)$$



 $\tilde{\zeta}_L(\omega) = \cosh(h_0|k(\omega)|)\tilde{\zeta}_H(\omega)$ & fréquence de coupure



 $\tilde{\zeta}_L(\omega) = \cosh(h_0|k(\omega)|)\tilde{\zeta}_H(\omega)$ & fréquence de coupure

$\rightarrow \ \ \, \text{méthode classique en océanographie} \\ \text{pour reconstruire } \zeta \\$

Folsom (1947), Seiwell (1947), Hom-ma et al. (1966), Cavaleri et al. (1978), <u>Guza et Thornton</u> (1980), ... Karimpour et Chen (2017)







 $\tilde{\zeta}_L(\omega) = \cosh(h_0|k(\omega)|)\tilde{\zeta}_H(\omega)$ & fréquence de coupure







$$\zeta_{NL} = \zeta_L - \frac{1}{g} \,\partial_t \left(\zeta_L \partial_t \zeta_L \right)$$



Bonneton, P., Lannes, D, Martins, K. and Michallet, H. 2017. A nonlinear weakly dispersive method for recovering the surface wave elevation from pressure measurements. submitted to *Coastal Eng*.

les vagues sont fortement non-linéaires juste avant le déferlement



 $\mu <<1 \rightarrow$ méthode non-linéaire faiblement dispersive

$$\varepsilon \underbrace{\left(\frac{\partial w}{\partial t} + \varepsilon u \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{\mu} w \frac{\partial w}{\partial z}\right)}_{\Gamma} = -\frac{\partial P}{\partial z} - 1$$
$$\zeta = \zeta_H - \int_{-1}^{\varepsilon \zeta} \Gamma dz$$

Développement asymptotique par rapport μ pour trouver l'expression de Γ en fonction de ζ_H

$$\Phi=\sum_{j=0}^{N}\mu^{j}\Phi_{j}=\Phi_{0}+\mu\Phi_{1}+O(\mu^{2})$$

$$\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \qquad z \in [-1, \epsilon \zeta]$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \qquad z = -1$$

$$egin{aligned} \Phi &= \psi - rac{\mu}{2} \left((z+1)^2 - h^2
ight) rac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + O(\mu^2) \ & \ a vec \ \psi &= \Phi_{|_{z=arepsilon \zeta}} \end{aligned}$$

$$u = U - \frac{\mu}{2} \left((z+1)^2 - h^2 \right) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + O(\mu^2)$$

$$w = -\mu (z+1) \partial_x U + O(\mu^2)$$

$$u = U - \frac{\mu}{2} \left((z+1)^2 - h^2 \right) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + O(\mu^2)$$

$$w = -\mu (z+1) \partial_x U + O(\mu^2)$$

$$\Gamma = \frac{\partial w}{\partial t} + \varepsilon u \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{\mu} w \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\Gamma = -\mu(z+1) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + \varepsilon U \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \varepsilon (\frac{\partial U}{\partial x})^2 \right) + O(\mu^2)$$

$$\zeta = \zeta_H - \int_{-1}^{\varepsilon \zeta} \Gamma dz$$

$$\zeta = \zeta_H - \frac{\mu h^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + 2\varepsilon (\frac{\partial U}{\partial x})^2 \right) + O(\mu^2)$$

$$\zeta = \zeta_H - \frac{\mu h^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + 2\varepsilon \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right) + O(\mu^2)$$

$$\varepsilon = O(\mu)$$

$$\zeta_{SL} = \zeta_H - \frac{\mu}{2} \frac{\partial^2 \zeta_H}{\partial t^2}$$

►
$$\varepsilon = O(\mu^{1/2})$$

$$\zeta_{SNL} = \zeta_{SL} - \varepsilon \mu \partial_t (\zeta_{SL} \partial_t \zeta_{SL})$$

 $\Box \quad \zeta_H = \frac{P_b - P_a}{\rho_0 g} - h_0$ $\Box \quad \zeta_{SL} = \zeta_H - \frac{h_0}{2} \frac{\partial^2 \zeta_H}{\partial t^2}$ $\Box \zeta_{SNL} = \zeta_{SL} - \frac{1}{g} \partial_t (\zeta_{SL} \partial_t \zeta_{SL})$ $= \zeta_{SL} - \frac{1}{\sigma} \zeta_{SL} \partial_t^2 \zeta_{SL} - \frac{1}{\sigma} (\partial_t \zeta_{SL})^2$





t/T





t/T

Applications



onde solitaire : $a_0/h_0=0.4$ 0.4 'n 0.35 SL ζ_{SNL} 0.3 0.25 ζ/h₀ 0.2 0.15 0.1 0.05 0 -2 $^{0}_{t/\tau_{0}}$ 2 -8 -6 4 6 -4 8

	ζ _H	ζL	$\zeta_{\rm NL}$
Erreur RMS	22.5%	11.4%	3.5%



Applications

Mesures lidar juste avant le déferlement. Expériences Bardex II, Martins et al. 2017.



FIGURE 3: Surface elevation reconstruction of monochromatic waves. Zoom over one period of A7-mono test obtained during BARDEXII, $h_0 = 1.17$ m, $T_p = 12.1$ s and $\delta_m = 0.33$ m. Dimensionless cut-off frequency $T_p f_c = 20$. black line : direct LiDAR measurement of ζ ; dashed black line : hydrostatic reconstruction $\zeta_{\rm H}$, Eq. (11); green line : $\zeta_{\rm SL}$, Eq. (12); blue line : $\zeta_{\rm SNL}$, Eq. (13).

Applications

Campagne de mesures au Wharf de la Salie, 13-14 avril 2017





mesures acoustiques et système vidéo

Bonneton N., Bonneton P., Castelle B., Detandt G., Marieu V., Poncet P-A.



FIGURE 6: Reconstruction of water depth time series of waves observed in the field. Cut-off frequency $f_c = 1$ Hz, $\bar{h} = 2.25 m$, $\delta_m = 0.69 m$. dot : direct acoustic measurement of h; blue line : $h_{\text{SNL}} = \bar{h} + \zeta_{\text{SNL}}$, Eq. (13).

Reconstruction non-linéaire faiblement dispersive

Applications



FIGURE 7: Reconstruction of water depth time series of a group of waves observed in the field. Cut-off frequency $f_c = 1$ Hz, $\bar{h} = 2.25 m$, $\delta_m = 0.69 m$. dot : direct acoustic measurement of h; green line : $h_{\rm SL} = \bar{h} + \zeta_{\rm SL}$, Eq. (12); blue line : $h_{\rm SNL} = \bar{h} + \zeta_{\rm SNL}$, Eq. (13).

3.2 3 2.8 (ш) ц 2.6 2.2 2 1.8 248 249 251 247 250 252 253 254 255 256 257 258 t(s)

Applications

FIGURE 8: Reconstruction of the highest wave observed in a wave group. Cut-off frequency $f_c = 1$ Hz, $\bar{h} = 2.25 m$, $\delta_m = 0.69 m$. dot : direct acoustic measurement of h; dashed black line : hydrostatic reconstruction $\zeta_{\rm H}$, Eq. (11); green line : $h_{\rm SL} = \bar{h} + \zeta_{\rm SL}$, Eq. (12); blue line : $h_{\rm SNL} = \bar{h} + \zeta_{\rm SNL}$, Eq. (13).

Conclusion

$$\zeta_{SNL} = \zeta_{SL} - \frac{1}{g} \partial_t (\zeta_{SL} \partial_t \zeta_{SL})$$

une méthode efficace et simple à mettre en œuvre pour
 la reconstruction de l'élévation de vagues non-linéaires irrégulières
 à partir de la mesure de la pression au fond

 méthode locale en temps, pas besoin de transformée de Fourier, ni de fréquence de coupure

 bonne estimation des valeurs max de ζ et de l'asymétrie des vagues non-linéaires

□ généralisation :

effet d'un courant moyen ; pression mesurée au-dessus du fond

Revisiter la dynamique des vagues extrêmes

- Analyse de la densité de probabilité des vagues et modèle probabiliste de vague
- Méthode de reconstruction non-linéaire basée sur des mesures PUV
- Validation et amélioration des modèles de type Serre/Green Naghdi

 → code communautaire UHAINA (EPOC, IMB, INRIA, IMAG)

Projet « vagues extrêmes » 2018-2021

Région Nouvelle Aquitaine et SHOM

Thank you for your attention

